

Hong Kong Mathematics Olympiad (2014 / 2015)
Heat Event (Group)
香港數學競賽 (2014 / 2015)
初賽項目(團體)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 求 $\frac{1}{1860 \times 1865} + \frac{1}{1865 \times 1870} + \frac{1}{1870 \times 1875} + \dots + \frac{1}{2010 \times 2015}$ 的值。

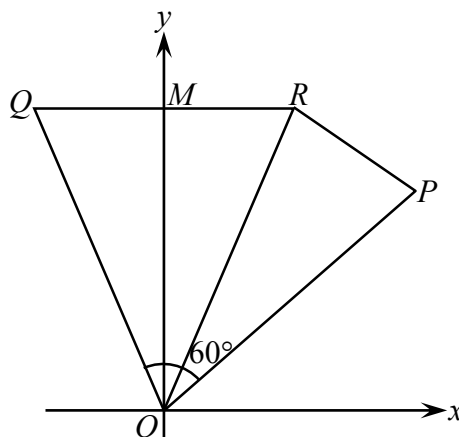
Find the value of $\frac{1}{1860 \times 1865} + \frac{1}{1865 \times 1870} + \frac{1}{1870 \times 1875} + \dots + \frac{1}{2010 \times 2015}$.

2. 已知等邊三角形 ABC 的邊長為 3， P 為三角形內的一點。設 PX 、 PY 及 PZ 分別為 P 至三角形三邊 AB 、 BC 及 CA 的垂足，求 $PX + PY + PZ$ 的值。

Given an equilateral triangle ABC with each side of length 3 and P is an interior point of the triangle. Let PX , PY and PZ be the feet of perpendiculars from P to AB , BC and CA respectively, find the value of $PX + PY + PZ$.

3. 點 P 的坐標為 $(\sqrt{3}+1, \sqrt{3}+1)$ 。設點 P 繞原點作逆時針方向 60° 旋轉至點 Q ，接著點 Q 再沿 y 軸反射至點 R 。求 PR^2 的值。

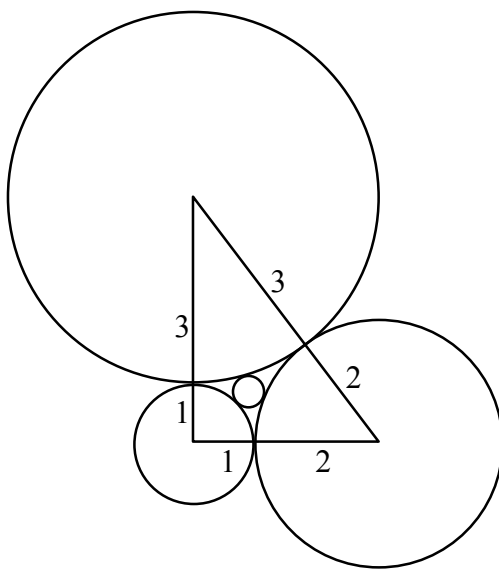
The coordinates of P are $(\sqrt{3}+1, \sqrt{3}+1)$. P is rotated 60° anticlockwise about the origin to Q . Q is then reflected along the y -axis to R . Find the value of PR^2 .



4. 已知 $a^2 + \frac{b^2}{2} + 9 \leq ab - 3b$ ，其中 a 與 b 為實數，求 ab 的值。

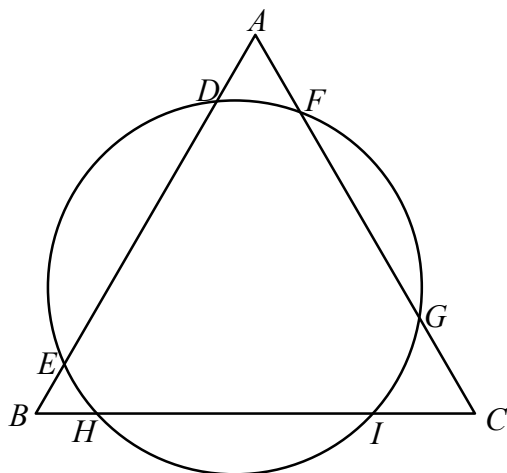
Given that $a^2 + \frac{b^2}{2} + 9 \leq ab - 3b$, where a and b are real numbers. Find the value of ab .

5. 已知方程 $x^2 + 15x + 58 = 2\sqrt{x^2 + 15x + 66}$ 有兩個實根，求兩根之和。
 Given that the equation $x^2 + 15x + 58 = 2\sqrt{x^2 + 15x + 66}$ has two real roots. Find the sum of the roots.
6. 已知三角形中兩角之和為 n° ，最大角比最小角大 30° ，求 n 的最大值。
 Given that the sum of two interior angles of a triangle is n° , and the largest interior angle is 30° greater than the smallest one. Find the largest possible value of n .
7. 四個半徑分別為 1 單位、2 單位、3 單位及 r 單位的圓互相相切如下圖所示。求 r 的值。
 Four circles with radii 1 unit, 2 units, 3 units and r unit are touching one another as shown in the figure below. Find the value of r .



8. 已知 a 、 b 、 x 及 y 為非零整數，其中 $ax + by = 4$ 、 $ax^2 + by^2 = 22$ 、 $ax^3 + by^3 = 46$ 及 $ax^4 + by^4 = 178$ 。求 $ax^5 + by^5$ 的值。
 Given that a , b , x and y are non-zero integers, where $ax + by = 4$, $ax^2 + by^2 = 22$, $ax^3 + by^3 = 46$ and $ax^4 + by^4 = 178$. Find the value of $ax^5 + by^5$.

9. 已知圖中的 ABC 為等邊三角形， $AF = 2$ 、 $FG = 10$ 、 $GC = 1$ 及 $DE = 5$ 。求 HI 的值。
 Given that, in the figure below, ABC is an equilateral triangle with $AF = 2$, $FG = 10$, $GC = 1$ and $DE = 5$. Find the value of HI .



10. 設 a_n 及 b_n 為二次函數 $y = n(n-1)x^2 - (2n-1)x + 1$ 的 x 截距，其中 n 為一個大於 1 的整數。求 $a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_{2015}b_{2015}$ 的值。

Let a_n and b_n be the x -intercepts of the quadratic function $y = n(n-1)x^2 - (2n-1)x + 1$, where n is an integer greater than 1. Find the value of $a_2b_2 + a_3b_3 + \cdots + a_{2015}b_{2015}$.

完
END